

KNIFFS UND TRICKS VOM EIWF: DIE BESSELSCHE KORREKTUR

Habt ihr euch schon einmal gefragt, warum bei der Berechnung der Standardabweichung manchmal durch n und manchmal durch $n-1$ geteilt wird?

Standardabweichung der Grundgesamtheit:

Wenn man alle Daten einer Grundgesamtheit kennt, berechnet man die Standardabweichung aus allen Abweichungen vom wahren Mittelwert und teilt durch die Anzahl der Elemente.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$$

mit x_i = Beobachtung, μ = Populationsmittelwert, N = Anzahl der Elemente.

Problem bei Stichproben:

In der Praxis haben wir meist nur eine Stichprobe. Den wahren Mittelwert kennen wir nicht, deshalb verwenden wir den Mittelwert der Stichprobe.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Dieser passt sich den Daten an, sodass die Summe aller Abweichungen immer null ist. Dadurch werden die Abweichungen im Durchschnitt kleiner und die Standardabweichung würde systematisch unterschätzt, wenn man einfach durch n teilt.

Freiheitsgrade:

Da der Mittelwert aus den Daten geschätzt wird, verlieren wir einen Freiheitsgrad. Von n unabhängigen Abweichungen bleiben nur $n-1$ übrig, weil die letzte durch die Bedingung festgelegt ist, dass die Summe der Abweichungen null ergeben muss.

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

Die Korrektur:

Die sogenannte Besselsche Korrektur teilt deshalb nicht durch n , sondern durch $n-1$. Dadurch wird die Schätzung der Standardabweichung erwartungstreu – das heißt, sie ist im Mittel gleich der wahren Standardabweichung der Grundgesamtheit.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Warum das wichtig ist:

Ohne diese Korrektur unterschätzen wir die Streuung der Daten. Das führt zu zu engen Konfidenzintervallen, zu häufig fälschlich signifikanten Testergebnissen und zu einer systematischen Unterschätzung von Risiken in Statistik, Forschung und Finanzmodellen.

Wer war Bessel?

Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846) war ein deutscher Astronom und Mathematiker. Er berechnete als Erster die Parallaxe eines Sterns und entwickelte Methoden zur Schätzung von Messfehlern – deshalb trägt die Korrektur seinen Namen.